Első rész

1. fejezet Bevezető

1.1 Relációk, műveletek ... 3
1.2 A Zorn-lemma ... 5
1.3 A legalapvetőbb algebrai struktúrák ... 5
1.4 Komplex számok ... 6
1.5 Kvaterniók ... 8
1.6 Polinomok ... 8
1.7 Többszörös gyök, polinom deriváltja ... 10
1.8 Permutációk ... 11
1.9 Mátrixok ... 12

2. fejezet Vektorterek, lineáris leképezések és mátrixaik

2.1 Vektorterek ... 16
2.2 Vektortér bázisa, dimenziója. Mátrix rangja ... 17
2.3 Lineáris egyenletrendszerek összes megoldása ... 18
2.4 Alterek összege, direkt összeg, direkt szorzat ... 19
2.5 Lineáris leképezések ... 19
2.6 Lineáris leképezés mátrixa ... 21
2.7 Faktortér, homomorfizmus-tétel ... 22
2.8 Sajátérték, sajátvektor, karakterisztikus polinom ... 22
2.9 Invariáns altér. Reducibilis és direkt összeg mátrixok ... 24
2.10 Végtelen dimenziós vektorterek ... 25

3. fejezet Egy- és többváltozós polinomok

3.1 Többváltozós polinomok ... 27
3.2 Diszkrimináns, rezultáns ... 28
3.3 Komplex test feletti polinomok gyökeinek megkeresése ... 30
3.4 Valós együtthatós polinomok gyökei ... 31

4. fejezet Jordan-féle normálalak

4.1 λ-mátrixok; kanonikus diagonális alak, invariáns osztók, elemi osztók ... 34
4.2 λ-polinomok ... 37
4.3 A Jordan-féle normálalak ... 38

5. fejezet Bilineáris függvények

5.1 Lineáris függvény, bilineáris függvény és mátrixa ... 40
5.2 Merőleges altér, radikál, nem-elfajuló bilineáris függvény ... 41
5.3 Szimmetrikus és alternáló bilineáris függvények ... 42
5.4 Kvadratikus alakok és bilineáris függvények ... 44
5.5 Lineáris transzformáció adjungáltja ... 45
5.6 Valós euklideszi tér, Cauchy-Bunyakovszkij egyenlőtlenség ... 45
5.7 Kvázi-lineáris és sesquilineáris függvények, komplex euklideszi tér ... 46
5.8 Adjungálás unitér térben. Normális, önadjungált és unitér transzformációk ... 47

6. fejezet Csoportelmélet

6.1 Csoportaxiómák, alapfogalmak ... 50
6.2 Példák ... 52
6.3 Mellékosztályok. Lagrange- és Wilson-tételek ... 53
6.4 Konjugált, konjugált osztály, normálosztó. Homomorfizmus-tétel, izomorfizmus-tételek ... 54
6.5 Karakterisztikus részcsoport; centralizátor, normalizátor, kommutátor ... 55
6.6 Belső és külső direkt szorzat ... 57
6.7 Cauchy-tétel ... 59
6.8 Kettős mellékosztályok. Sylow tételei ... 60
6.9 Szemidirekt szorzat ... 61
6.10 Maximális részcsoport, maximális p-normálosztó. Frattini-részcsoport ... 62
6.11 Normállánc. Jordan-Hölder tétel ... 63
6.12 Feloldható csoport, feloldható hossz ... 64
6.13 Permutációcsoportok. Reguláris reprezentáció, Cayley-tétel ... 65
6.14 Az alternáló csoport ... 66
6.15 Néhány feloldható csoport. A Sylow-tételek alkalmazásai ... 67
6.16 Mellékosztály szerinti reprezentáció ... 71
6.17 Véges Abel-csoportok alaptétele ... 72
6.18 Végtelen Abel-csoportok. Osztható csoport ... 73
6.19 Szabadcsoport, Dyck-tétel ... 74
6.20 Az általánosított kvaterniócsoport és társai ... 76
6.21 Transzfer. Schur- és Schur-Zassenhaus tételek ... 79

Második rész

7. fejezet Gyűrűk

7.1 Alapfogalmak 3
7.2 Példák, konstrukciók gyűrűkre 4
7.3 Ideál definíciója, alaptulajdonságai. Faktorgyűrű 5
7.4 Modulus, faktormodulus 7
7.5 Modulusok, gyűrűk direkt összege. Féligegyszerű modulusok 8
7.6 Noether gyűrű, artin gyűrű 10
7.7 Radikál, prímideál, maximális ideál 11
7.8 Egységelemes integritási tartományok 12
7.9 UFD, euklideszi gyűrű 14
7.10 Testbővítések 16
7.11 Transzcendens valós számok 19
7.12 Szerkeszthetőség 21

8. fejezet Kategóriák, funktorok

8.1 Kategóriák 24
8.2 Funktorok 25
8.3 Objektumok szorzata, összege 26
8.4 5-lemma 28

9. fejezet Hálók

9.1 Alapfogalmak 30
9.2 Részbenrendezett halmazok ábrázolása 31
9.3 Hálóaxiómák 31
9.4 Részcsoportháló, normálosztóháló, ideálháló 32
9.5 Moduláris és disztributív hálók 33
9.6 Komplementumos háló, Boole-algebra 34
9.7 Ideál, prímideál stb.; Stone-tétel 36
9.8 Moduláris és disztributív hálók II.; mediáns 37
9.9 Transzponált-izomorfizmus és alkalmazásai; Jordan-Dedekind, Kuros-Ore tételek 39

10. fejezet Primér ideálok, Lasker-Noether tétel

10.1 Primér ideál, irreducibilis ideál 42
10.2 Primér és irredundáns felbontás, Lasker-Noether tétel 43
10.3 A tétel geometriai jelentése 44

11. fejezet Testek, testbővítések

11.1 Normális bővítések 46
11.2 Szeparábilis bővítések 47
11.3 Véges testek 51
11.4 Galois-csoport és alkalmazásai 52
11.5 Az algebra alaptétele 57
11.6 Algebrai lezárás 57
11.7 Polinomok megoldása gyökjelekkel 58

12. fejezet Modulusok, féligegyszerű gyűrűk

12.1 Projektív modulusok 61
12.2 Néhány állítás osztható Abel-csoportokról 63
12.3 Injektív modulusok 63
12.4 Féligegyszerű gyűrűk 67
12.5 Féligegyszerű gyűrűk klasszikus tárgyalásmódja 70
12.6 Nemkommutatív gyűrű Jacobson-radikálja 74